

Министерство науки и высшего образования РФ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Б1.О.13.02 МАТЕМАТИКА

Линейная алгебра. Аналитическая геометрия

наименование дисциплины (модуля) в соответствии с учебным планом

Направление подготовки / специальность

03.03.02 Физика

Направленность (профиль)

03.03.02.33 Фундаментальная и прикладная физика

Форма обучения

очная

Год набора

2022

Красноярск 2022

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Программу составили _____

канд. физ.-мат. наук, доцент, Остыловский А.Н.

должность, инициалы, фамилия

1 Цели и задачи изучения дисциплины

1.1 Цель преподавания дисциплины

Курс направлен на знакомство студентов с основными понятиями и методами линейной алгебры и аналитической геометрии. При изучении этого курса студенты получают знания о современной алгебре и аналитической геометрии, и её месте в математике, познакомятся с понятиями систем линейных уравнений, векторных пространств, матриц, линейных операторов, тензоров, а также научатся решать стандартные задачи линейной алгебры и аналитической геометрии и применять методы линейной алгебры и аналитической геометрии в других математических и физических дисциплинах.

1.2 Задачи изучения дисциплины

- изучение основных понятий и методов линейной алгебры;
- формирование навыков и умений решать типовые задачи и работать со специальной литературой;
- умение использовать алгебраический аппарат для решения теоретических и прикладных задач.

1.3 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Код и наименование индикатора достижения компетенции	Запланированные результаты обучения по дисциплине
ОПК-1: Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности;	
ОПК-1.1: Демонстрирует владение фундаментальными законами природы; основными физическими и математическими методами накопления, передачи и обработки информации	базовые теоретические понятия о свойствах и методах линейной алгебры, по теории решения матричных уравнений, элементов векторного анализа и аналитической геометрии; проводить математические преобразования и вычисления, применительно к предметной области; навыками проводить математические преобразования и вычисления, применительно к задачам физики;
ОПК-1.2: Применяет полученные знания для решения задач теоретического и прикладного характера	основные математические модели типовых профессиональных задач; применять основные математические модели к типовым профессиональным задачам; навыками применения базовых математических моделей к типовым профессиональным задачам;

ОПК-1.3: Использует базовые экспериментальные и теоретические методы исследований	границы применимости математических моделей; интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей, анализировать и обобщать полученные результаты; навыками анализа и интерпретации полученных
	результатов с учетом применимости моделей.

1.4 Особенности реализации дисциплины

Язык реализации дисциплины: Русский.

Дисциплина (модуль) реализуется без применения ЭО и ДОТ.

2. Объем дисциплины (модуля)

Вид учебной работы	Всего, зачетных единиц (акад.час)	Сем естр	
		1	2
Контактная работа с преподавателем:	5 (180)		
занятия лекционного типа	2 (72)		
практические занятия	3 (108)		
Самостоятельная работа обучающихся:	2 (72)		
курсовое проектирование (КП)	Нет		
курсовая работа (КР)	Нет		
Промежуточная аттестация (Экзамен)	2 (72)		

3 Содержание дисциплины (модуля)

3.1 Разделы дисциплины и виды занятий (тематический план занятий)

		Контактная работа, ак. час.							
№ п/п	Модули, темы (разделы) дисциплины	Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа				Самостоятельная работа, ак. час.	
				Семинары и/или Практические занятия		Лабораторные работы и/или Практикумы			
		Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС	Всего	В том числе в ЭИОС
1. Множества чисел, множество комплексных чисел, комбинаторика, бином Ньютона, полиномы в комплексной и									
	<p>1. Множества натуральных, целых, рациональных, иррациональных, действительных чисел; алгебраическая форма комплексных чисел, тригонометрическая форма комплексных чисел; формулы Муавра (извлечение корня n-ой степени из комплексного числа, возведение комплексного числа в n-ую степень); формула Эйлера (показательная форма комплексного числа); перестановки, размещения, сочетания, биномиальная теорема, треугольник Паскаля.</p> <p>Определение полинома (многочлена); операции над полиномами; теорема Безу; схема Горнера; решение простейших алгебраических уравнений; основная теорема алгебры и ее следствия; разложение полинома на линейные множители на множестве комплексных чисел.</p>	10							

<p>2. Алгебраическая форма комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Формулы Муавра. Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа. Перестановки, размещения, сочетания.</p> <p>Операции над полиномами (равенство, сложение, умножение, деление с остатком). Разложение полиномов на линейные множители на множестве комплексных чисел. Разложение на неприводимые множители (линейные и квадратичные, не имеющие действительных корней) на множестве действительных чисел. Формулы Виета.</p>			12					
2. Матрицы и определители								
<p>1. Основные определения. Матрицы, определители и их свойства. Алгоритм вычисления определителей. Обратная матрица. Ранг матрицы. Векторы. Определение арифметического пространства. Линейная независимость. Системы линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Методы решения. Однородные системы. Связь между решениями.</p>	8							
<p>2. 4. Матрицы и их свойства.</p> <p>5. Определители и их свойства.</p> <p>6. Обратная матрица. Ранг матрицы. Линейная независимость.</p> <p>7. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса, метод Крамера, метод обратной матрицы. Индивидуальное задание.</p>			12					
3. Арифметическое пространство векторов R^n, линейная зависимость и независимость векторов.								

<p>1. Определение арифметического n-мерного вектора, операции над векторами, свойства операций, определение арифметического n-мерного векторного пространства, линейная комбинация векторов, линейная оболочка векторов.</p> <p>Определение и свойства линейной зависимости, определение максимальной линейно независимой системы векторов, линейно зависимые и линейно независимые системы в R^3, определение коллинеарности и компланарности векторов, линейно зависимые и независимые системы в R^n, треугольные системы, теорема о ранге матрицы, необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя.</p>	8							
<p>2. Операции над векторами (равенство, сумма, произведение вектора на число). Линейная комбинация векторов. Линейная оболочка векторов.</p> <p>Определение максимальной линейно независимой системы векторов. Определение коллинеарности и компланарности векторов. Теорема о ранге матрицы.</p>			14					
4. Системы линейных уравнений.								
<p>1. Определение системы n линейных уравнений с m неизвестными, совместные и несовместные системы, определенные и неопределенные системы, однородные системы уравнений, теорема Кронекера–Капелли, методы решения неоднородных систем линейных уравнений (метод Крамера, метод обратной матрицы, метод Гаусса), решение однородных систем линейных уравнений, общее решение, частные решения, фундаментальная система решений, связь между решениями однородной и неоднородной систем линейных уравнений.</p>	6							

2. Решение систем линейных уравнений: метод Крамера, метод обратной матрицы, метод Гаусса. Выдача индивидуального задания. Контрольная работа.			8					
5. Собственные числа и собственные векторы матрицы.								
1. Определение собственного вектора и собственного числа матрицы, характеристический многочлен матрицы, алгоритм нахождения собственных чисел и собственных векторов матрицы.	4							
2. Нахождение собственных чисел и собственных векторов матриц.			8					
6. Самостоятельная работа								
1. Самостоятельное изучение теоретического материала							36	
7. Линейные пространства; евклидовы пространства; линейные операторы; линейные, билинейные и квадратичные формы								

<p>1. Определение линейного пространства, примеры линейных пространств, подпространства линейного пространства, базис и размерность линейного пространства, теорема о базисе, преобразование координат вектора при замене базиса, матрица перехода от старого базиса к новому, ранг и базис системы векторов.</p> <p>Определение скалярного произведения векторов, определение евклидова пространства, неравенство Коши–Буняковского, неравенство треугольника, ортогональные системы векторов, метод ортогонализации Грама–Шмидта, ортонормированные системы векторов.</p> <p>Определение линейного оператора, образ и ядро линейного оператора, матрица линейного оператора, сопряженные и самосопряженные линейные операторы, собственные числа и собственные векторы самосопряженного оператора, теорема о существовании ортонормированного базиса из собственных векторов для самосопряженного оператора.</p> <p>Определение линейной функции и формы, определение билинейной функции и формы, определение квадратичной формы, преобразования квадратичных форм, матрица квадратичн</p>	16							
--	----	--	--	--	--	--	--	--

<p>2. Примеры линейных пространств. Примеры подпространств. Базис и размерность линейного пространства. Преобразование координат вектора при замене базиса. Матрица перехода от старого базиса к новому. Ранг и базис системы векторов. Скалярное произведение векторов. Неравенство Коши–Буняковского. Неравенство треугольника. Ортогональные системы векторов. Переход от линейно независимой системы векторов к ортогональной системе векторов (метод ортогонализации Грама–Шмидта). Ортонормированные системы векторов. Линейные операторы. Образ и ядро линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Сопряженные и самосопряженные линейные операторы. Собственные числа и собственные векторы самосопряженного оператора. Преобразования квадратичной формы, матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.</p>			20					
8. Аналитическая геометрия, кривые второго порядка, поверхности второго порядка.								

<p>1. Векторы; линейные операции над векторами; декартова прямоугольная система координат; скалярное произведение векторов; векторное произведение; смешанное произведение векторов; необходимые и достаточные условия ортогональности, коллинеарности и компланарности векторов; уравнения прямой на плоскости; расстояние от точки до прямой; уравнение плоскости; уравнение прямой в пространстве. Кривые второго порядка, инварианты кривых второго порядка, классификация по инвариантам и собственным числам.</p> <p>Поверхности второго порядка.</p> <p>Аффинные пространства, выпуклые множества в аффинном пространстве, координаты в аффинном пространстве, замена базиса в аффинной системе координат, уравнение прямой в аффинном пространстве.</p>	16							
<p>2. Векторы. Линейные операции над векторами. Декартова прямоугольная система координат. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Уравнения прямой на плоскости. Расстояние от точки до прямой. Уравнения плоскости. Уравнения прямой в пространстве.</p> <p>Инварианты кривых второго порядка. Классификация кривых второго порядка по инвариантам и собственным числам.</p> <p>Поверхности второго порядка.</p> <p>Уравнение прямой в аффинном пространстве. Выпуклые множества в аффинном пространстве.</p> <p>Контрольная работа.</p>			26					

9. Элементы теории групп.								
1. Определение группы, примеры групп, представление групп.	4							
2. Элементы теории групп			8					
10. Самостоятельная работа								
1. Самостоятельное изучение теоретического материала							36	
Всего	72		108				72	

4 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

4.1 Печатные и электронные издания:

1. Виленкин И. В., Гробер В. М. Высшая математика. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное и интегральное исчисление: учеб. пособие(Ростов-на-Дону: Феникс).
2. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: учебное пособие.; рекомендовано Научно-методическим советом по математике и механике(М.: ИНФРА-М).
3. Соловьев И. А., Шевелев В. В., Червяков А. В., Репин А. Ю. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра, векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ, производная и ее приложения: учебное пособие для вузов по направлениям(Москва: Лань).
4. Соловьев И.А. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в математический анализ. Производная и ее приложения: рек. Научно- метод. советом по мат-ке Мин. образ. и науки РФ в кач-ве учеб. пособия для студ. вузов(СПб. [и др.]: Лань).
5. Бутузов В.Ф., Крутицкая Н.Ч., Шишкин А.А., Бутузова В.Ф. Линейная алгебра в вопросах и задачах: рек. Мин. образ. и науки РФ в кач-ве учеб. пособия для студ. вузов(СПб. [и др.]: Лань).
6. Булдырев В. С., Павлов Б. С. Линейная алгебра и функции многих переменных: учебное пособие для физических специальностей университетов(Ленинград: Ленинградский университет [ЛГУ]).
7. Санников В.Ф. Векторная и линейная алгебра. Аналитическая геометрия: метод. указания. к практ. занятиям и контрольным работам 1-2 по высш. мат. для студ. 1-го курса.(Красноярск: КрасГАСА).

4.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства (программное обеспечение, на которое университет имеет лицензию, а также свободно распространяемое программное обеспечение):

1. Методика проведения занятий допускает использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), обеспеченных соответствующим программным обеспечением, предлагается применение вычислительной техники и стандартных пакетов прикладных программ (Maple, MathCad, MathLab и др.).

4.3 Интернет-ресурсы, включая профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. [1.http://algebra-rings.ucoz.ru/index/0-17#str22](http://algebra-rings.ucoz.ru/index/0-17#str22)
2. [2.http://virlib.eunnet.net/books/numbers/text/23.html](http://virlib.eunnet.net/books/numbers/text/23.html)
3. [3.www.cryptography.ru](http://www.cryptography.ru)

5 Фонд оценочных средств

Оценочные средства находятся в приложении к рабочим программам дисциплин.

6 Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Методика проведения занятий допускает как использование технических средств (проекторы, интерактивные доски), так и классические аудиторские занятия, обеспечиваемые стандартными материально-техническими средствами.

Лекционные аудитории должны быть оборудованы современным видеопроекционным оборудованием для презентаций, средствами звуковоспроизведения, экраном, и иметь выход в Интернет, а также иметь интерактивную доску или доску для письма маркерами.

Помещения для проведения семинарских занятий должны иметь мультимедийное оборудование, а также иметь интерактивную доску или доску для письма маркерами, учебную мебель.

Библиотека должна иметь рабочие места для студентов, оснащенные компьютерами с доступом к базам данных, локальную сеть университета и Интернет.

Наглядные пособия:

- а) демонстрационные пособия (таблицы, схемы, графики, диаграммы, видеофрагменты);
- б) пособия на основе раздаточного материала (карточки с заданиями и задачами, ксерокопии фрагментов первоисточников);
- в) электронные презентации.